LAHENDUSED 8.klass

1. <u>Vastus</u>: $a = 2$ **ja** $b = 1$

<u>Lahendus</u>:

Olgu mõeldud arv X. Sel juhul vastavalt ülesandes kirjutatud tegevustele saame avaldise $\big((X+3)\cdot 4-6\big):2-1$.
Teisendades seda avaldist, saame
$(4X+12-6):2-1=(4X+6):2-1=2(2X+3):2-1=2X+3-1=2X+2$.
Kui seda tulemust $2X+2$ jagada arvuga a ja seejärel lahutada arv b, peame tulemuseks saama arvu X.
Selleks tuleb arvu $2X+2$ jagada kõigepealt arvuga 2 ja seejärel lahutada arv 1.

<u>Hindamine:</u>

Koostatud õige avaldis:	2p
Teisendatud seda sobivale kujule:	2p
Leitud arv a:	2p
Leitud arv b:	<u>1p</u>
	7p

Märkus: Kui on leitud õige vastus konkreetse arvuga/konkreetsete arvudega proovimise teel, siis anda 4p.

2. Vastus: Õigus oli Ellil ja Gerdal.

Lahendus:

Kui n on arvu 30 kordne, siis on see kindlasti ka arvude 10 ja 15 kordne. Seega Hillel ei saanud olla õigus.
Kui arv n on arvude 10 ja 12 kordne, st õigus oleks olnud Allil ja Ellil, siis arv n oleks ka arvu 60 kordne, sest arvude 10 ja 12 vähim ühiskordne on 60. See aga tähendab, et sel juhul oleks arv n ka arvu 30 kordne ning ka Hillel oleks õigus. Järelikult ei ole see võimalik.
Kui arv n on arvude 10 ja 15 kordne, st õigus oleks olnud Allil ja Fridal, siis arv n oleks ka arvu 30 kordne, sest arvude 10 ja 15 vähim ühiskordne on 30. Jällegi oleks õigus olnud ka Hillel. Järelikult ei ole see võimalik.
Kui arv n on arvude 10 ja 18 kordne, st õigus oleks olnud Allil ja Gerdal, siis arv n oleks ka arvu VÜK(10, 18) = 90 kordne. See aga tähendab jälle, et ka Hillel oleks õigus olnud.
Oleme saanud et ühelgi juhul ei saanud õigus olla Allil ehk see arv ei saanud olla arvu 10 kordne.
Kui arv n on arvude 12 ja 15 kordne, st õigus oleks olnud Ellil ja Fridal, siis n oleks ka arvu VÜK(12, 15) = 60 kordne. Jällegi oleks õigus ka Hillel ja Allil.
Kui arv n on arvude 15 ja 18 kordne, st õigus oleks olnud Fridal ja Gerlil, siis n oleks ka arvu VÜK(15, 18) = 90 kordne. Jällegi oleks õigus ka Hillel ja Allil.
Kui arv n on arvude 12 ja 18 kordne, st õigus oleks olnud Ellil ja Gerdal, siis n oleks ka arvu VÜK(12, 18) = 36 kordne. Tõesti leiduvad arvu 36 kordsed, mis ei ole arvude 10, 15 ja 30 kordsed. Näiteks 36, 72. Seega õigus sai olla Ellil ja Gerdal.

Hindamine:

Näidatud, et Hillel ei saanud olla õigus:	1p
Vaadatud läbi kuus ülejäänud võimalikku paari (iga paar 1p) ja näidatud paari sobivus või mittesobivus:	kokku 6p
	7p

Märkus: Kui on antud õige vastus ja näidatud, et sel juhul kõik tingimused on täidetud – 3p
Antud ainult õige vastuse eest anda 2p

3. <u>Vastus</u>: Ringjoone raadius on 2 cm.

<u>Lahendus</u>:

Ruudu pindala on võrdne selle diagonaalide korrutise poolega. Olgu ruudu diagonaali pikkus d cm, sel juhul $\frac{d \cdot d}{2} = 32$, millest $d \cdot d = 64$ ja $d = 8$. Ruudu diagonaali pikkus on võrdne ringi raadiuse neljakordsega. Seega ringjoone raadius on $8\ \text{cm} : 4 = 2\ \text{cm}$.

<u>Hindamine:</u>

Avaldatud ruudu pindala diagonaalide kaudu:	2p
Leitud ruudu diagonaali pikkus:	2p
Tähelepanek, et ruudu diagonaal on võrdne raadiuse neljakordsega:	1p
Leitud ringi raadius õige ühikuga:	<u>2p</u>
	7p

Märkus: Kui ühik on puudu või on vale ühik, vähendada lahenduse eest punktide arvu ühe punkti võrra.

Antud ainult õige vastus õige ühikuga: 2p

4. <u>Vastus</u>: Pallidel saaks olla 12 järjestust.

<u>Lahendus</u>:

Tähistagu kirjutis X < Y seda, et pall X on rivis enne palli Y.
Robi hüppamisest saame, et A < B < C.
Sassi hüppamisest saame, et D < E < F.
Kalle hüppamisest saame, et G < A < C.
Mati hüppamisest saame, et C < D < H.
Jaani hüppamisest saame, et I < C < E.

Robi ja Mati tulemuste põhjal saame, et A < B < C < D < H.
Kalle hüppamisest saame, et G < A < B < C < D < H.
Sassi hüppamise tulemusena saame, et pallide järjestus võis olla kas
G < A < B < C < D < H < E < F
G < A < B < C < D < E < F < H
G < A < B < C < D < E < H < F
Jaani hüppamise tulemusest saame teada nüüd lisaks veel vaid seda, et pall I pidi olema enne kui pall C.
Seega saame võimalused:
I < G < A < B < C < D < H < E < F
G < I < A < B < C < D < H < E < F
G < A < I < B < C < D < H < E < F
G < A < B < I < C < D < H < E < F
I < G < A < B < C < D < E < F < H
C < I < A < B < C < D < E < F < H
C < A < I < B < C < D < E < F < H
C < A < B < I < C < D < E < F < H
I < G < A < B < C < D < E < H < F
G < I < A < B < C < D < E < H < F
G < A < I < B < C < D < E < H < F
G < A < B < I < C < D < E < H < F
Seega saaks pallidel olla 12 erinevat järjestust.

<u>Hindamine:</u>

Järjestatud mingid 5 palli õigesti: 1p
Järjestatud mingid 6 palli õigesti: 1p
Leitud 8 palli järjestuse kõik võimalused: 2p
Leitud 9 palli järjetuse kõik võimalused: <u>3p</u>
7p

Märkus: Kui kõigi pallide järjestustest on puudu 1-2 järjestust, anda 9 palli järjestuste võimaluste leidmise eest kokku 2p

Antud ainult õige vastus: 2p.
Antud vaid vastus, mis erineb õigest vastusest 1 võrra: 1p

5. <u>Vastus</u>: Kahekümnes arv on 10.

<u>Lahendus:</u>

Vaatleme rida. Olgu selle rea esimene arv a ja kolmas arv b. Sel juhul rea algus on a, $a + b$, b. Liites rea neljandale arvule arvu $a + b$, peame saama tulemuseks b. Järelikult peab neljas arv olema $–a$.
Oleme saanud a, $a + b$, b, $–a$.
Liites rea viiendale arvule arvu b, peame saama arvu $–a$. Seega viies arv peab olema $–a –b$.
Oleme saanud a, $a + b$, b, $–a$, $–a –b$.
Liites rea kuuendale arvule arvu $–a$, peame saama arvu $–a –b$. Kuues arv on $–b$.
Oleme saanud a, $a + b$, b, $–a$, $–a –b$, $–b$.
Liites rea seitsmendale arvule arvu $–a –b$, peame saama arvu $–b$. Seitsmes arv on a.
Oleme saanud a, $a + b$, b, $–a$, $–a –b$, $–b$, a.
Liites rea kaheksandale arvu arvu $–b$, peame saama arvu a. Kaheksas arv on $a + b$.
Oleme saanud a, $a + b$, b, $–a$, $–a –b$, $–b$, a, $a + b$.
Liites rea üheksandale arvu arvu a, peame saama arvu $a + b$. Kaheksas arv on b.
Oleme saanud a, $a + b$, b, $–a$, $–a –b$, $–b$, a, $a + b$, b.
Paneme tähele, et rida koosneb järjestikustest kuuikutest a, $a + b$, b, $–a$, $–a –b$, $–b$ ja sellise kuuiku moodustavate arvude summa on 0.
Seega üheksa esimese arvu summa on võrdne seitsmenda, kaheksanda ja üheksanda arvu summaga: $a + a + b + b = 20$. Järelikult $a + b = 10$.
Leiame rea kahekümnenda arvu.
Et rida koosneb kuuikutest ja $20 = 3 \cdot 6 + 2$, siis rea kahekümnes arv on sama, mis selle rea teine arv. Seega rea kahekümnes arv on 10.

<u>Hindamine:</u>

Võetud kasutusele tähistus ja märgitud rea esimesed kolm arvu:	1p
Avaldatud neljas arv:	1p
Avaldatud viies ja kuues arv:	1p
Avaldatud seitsmes ja kaheksas arv:	1p
Tähelepanek, et rida koosneb kuuikutest, mille moodustavad kuus esimest arvu:	1p
Üheksa esimese arvu summat kasutades leitud rea teine arv:	1p
Leitud rea kahekümnes arv:	<u>1p</u>
	7p

Antud ainult õige vastus: 2p